```
z_5 = conj(z_2)          % 0.3000 - 0.5000i
z_6 = linsolve(z_5, 1)   % 0.8824 + 1.4706i
z_7 = conj(z_6)          % 0.8824 - 1.4706i
```

Zeroul complex z_3, aflându-se pe cercul unitate ($|z_3| = 1$), determină existenţa zeroului complex conjugat:

$$z_3 = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad z_8 = z_3^* = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (|z_3| = 1)$$

```
z_8 = conj(z_3)          % -0.5000 - 0.8660i
```

```
z = [z_1; z_2; z_3; z_4; z_5; z_6; z_7; z_8]; num = poly(z);
disp('Coeficientii filtrului FIR sunt:'); disp(num);
```

Funcţia de transfer corespunzătoare acestor zerouri va fi:

$$\begin{aligned} H(z) &= \prod_{k=1}^{8}\left(1 - z_k z^{-1}\right) = 1 + 1.1353z^{-1} + 0.5635z^{-2} + 5.6841z^{-3} \\ &\quad +4.9771z^{-4} + 5.6841z^{-5} + 0.5635z^{-6} + 1.1353z^{-7} + z^{-8}. \end{aligned}$$

7.4 Exerciţii

1. Să se proiecteze un FTJ FIR, de ordin 21, cu frecvenţa de tăiere 0.2.

2. Să se reproiecteze filtrul anterior, pentru o bandă de tranziţie mai mare, dar acelaşi ordin.

3. Să se reprezinte grafic ferestrele rectangulară, triunghiulară, Blackman, Hamming, Hanning, Kaiser (cu β diferiţi), şi modulul răspunsului la frecvenţă al acestora. Să se noteze lăţimea lobului principal şi amplitudinea maximă a lobului secundar [dB]. Să se verifice rezultatele cu cele din tabelul 7.1. Pentru $N = 20$ să se studieze aplicaţia `demoferestre.m`. Ce se întâmplă dacă se modifică lungimea ferestrelor ($N = 50$)? Ce puteţi spune despre efectul ferestrelor la proiectarea filtrelor FIR?

4. Să se proiecteze un FOB FIR, de lungime 21, folosind metoda ferestrelor (să se utilizeze ferestrele generate la exerciţiul 3), cu banda de oprire între $F_{s1} = 10$ kHz, $F_{s2} = 15$ kHz. Frecvenţa de eşantionare este $F_s = 90$ kHz. Să se reprezinte grafic caracteristicile răspunsului la frecvenţă, distribuţia zerourilor şi răspunsul la impuls, pentru fiecare fereastră în parte.

5. Să se proiecteze un FTJ FIR, de ordin 36, utilizând metoda eşantionării în frecvenţă. Limita benzii de trecere este la $F_p = 15$ kHz, iar frecvenţa de eşantionare este $F_s = 50$ kHz. Să se reprezinte caracteristicile răspunsului

la frecvenţă, distribuţia zerourilor şi răspunsul la impuls.

6. Să se proiecteze un FTB FIR, de ordin minim, cu frecvenţele $F_{s1} = 10$ kHz, $F_{p1} = 12$ kHz, $F_{p2} = 60$ kHz, $F_{s2} = 62$ kHz şi frecvenţa de eşantionare $F_s = 130$ kHz; atenuarea minimă în benzile de oprire este 40 dB, iar atenuarea maximă în banda de trecere este 3 dB. Să se reprezinte grafic caracteristicile răspunsului la frecvenţă.

   Indicaţie: Pentru evaluarea deviaţiilor din banda de trecere şi de oprire:
$$\begin{aligned} A_{PB} &= 20\lg\frac{1+\delta_p}{1-\delta_p} \Leftrightarrow \delta_p = \frac{10^{\frac{A_{PB}}{20}}-1}{10^{\frac{A_{PB}}{20}}+1} \\ A_{SB} &= -20\lg\delta_s \Leftrightarrow \delta_s = 10^{-\frac{A_{SB}}{20}}. \end{aligned}$$

7. Să se proiecteze un transformator Hilbert, de ordin 33, cu răspuns optim, astfel încât frecvenţa normalizată să fie între 0.05 şi 0.45.

8. Să se proiecteze un FTJ FIR de fază liniară, de ordin 55, cu frecvenţele de tranziţie 0.2 şi 0.3.

9. Să se proiecteze un filtru FIR care să aproximeze caracteristica de modul:
$$|H(\omega)| = \begin{cases} 0, & 0 < \omega < 0.2\pi, \\ 1, & 0.25\pi < \omega < 0.45\pi \\ 0, & 0.5\pi < \omega < \pi. \end{cases}$$
   Să se reprezinte răspunsul la impuls şi caracteristicile răspunsului la frecvenţă.

10. Să se proiecteze un FTJ de fază liniară, de ordin 51, care să aproximeze caracteristica unui FTJ ideal; pulsaţia de tăiere este 0.2π. Să se reprezinte grafic caracteristicile răspunsului la frecvenţă. Ar trebui să se observe prezenţa fenomenului Gibbs.

11. Să se proiecteze un FTB de fază liniară, de ordin 40, care să aproximeze caracteristica unui FTB ideal (fereastră rectangulară), cu pulsaţiile de tăiere: 0.2π şi 0.6π.

12. Să se repete exerciţiul 11 pentru o fereastră Hamming. De ce nu mai apare fenomenul Gibbs? Ce puteţi spune despre banda de tranziţie?

13. Să se proiecteze un filtru de ordin 40, care să aproximeze caracteristica unui diferenţiator $H(\omega) = \omega/\pi$, considerând o fereastră Blackman.

14. Se consideră un filtru cu medie alunecătoare descris prin ecuaţia cu dife-

renţe finite:

$$y(n) \;=\; \frac{1}{3}\left[x(n) + x(n-1) + x(n-2)\right].$$

- Să se reprezinte grafic modulul şi logaritmul modulului răspunsului la frecvenţă.
- La intrarea filtrului se aplică un semnal amestecat cu zgomot. Ce se obţine la ieşirea filtrului? Comentaţi rezultatul.
- Să se repete punctele anterioare pentru un filtru cu medie alunecătoare descris prin:

$$y(n) \;=\; \frac{1}{5}\left[x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3) + x(n-4)\right].$$

15. Să se proiecte un filtru FIR, de tip echiriplu, de ordin 55, care să aproximeze răspunsul la frecvenţă:

$$H(\omega) \;=\; \begin{cases} 0, & 0 < \omega < 0.2\pi, \\ 1, & 0.22\pi < \omega < 0.43\pi \\ 0, & 0.5\pi < \omega < \pi. \end{cases}$$

16. Folosind o fereastră rectangulară, să se proiecteze un FTB FIR, de ordin 55, cu frecvenţele de tăiere normalizate 0.18 şi 0.33. Să se reprezinte grafic răspunsul la impuls şi caracteristicile răspunsului la frecvenţă.